

ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ

**Цилиндр**



Фигура, полученная при вращении прямоугольника вокруг оси, содержащей одну из его сторон.

$ABCD$  – осевое сечение

$S_{осн} = \pi R^2$   
 $S_{бок} = 2\pi RH$   
 $S_{полн} = 2\pi R(R+H)$   
 $V = S_{осн} \cdot H = \pi R^2 H$

**Конус**



Фигура, полученная при вращении прямоугольного треугольника вокруг оси, содержащей его катет.

$SAB$  – осевое сечение

$S_{осн} = \pi R^2$   
 $S_{бок} = \pi RL$   
 $S_{полн} = \frac{1}{3} \pi R(R+L)$   
 $V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot H = \frac{1}{3} \pi R^2 H$

**Усеченный конус**

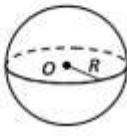


Часть конуса, ограниченная его основанием и сечением, параллельным основанию.

$S_{бок} = \pi(R+r)L$   
 $S_{полн} = \pi(R+r)L + \pi R^2 + \pi r^2$   
 $V = \frac{1}{3} \pi H(R^2 + Rr + r^2)$

где  $R$  – радиус основания,  
 $r$  – радиус сечения

**Сфера и шар**

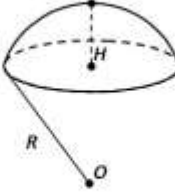


Сфера – множество точек пространства, находящихся на данном расстоянии  $R$  от данной точки  $O$ .

Шар – множество всех точек пространства, находящихся на расстоянии  $R$  от данной точки  $O$ .

$S_{сферы} = 4\pi R^2$ ;       $V_{шара} = \frac{4}{3} \pi R^3$

**Шаровой сегмент**



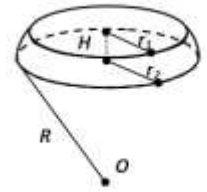
$V = \frac{1}{3} \pi H^2(3R - H)$   
 $S_{бок} = 2\pi RH$

**Шаровой сектор**



$V = \frac{2}{3} \pi R^2 H$   
 $S_{полн} = \pi R(2H + \sqrt{2RH - H^2})$

**Шаровой слой**



$V = \frac{1}{6} \pi H^3 + \frac{1}{2} \pi (r_1^2 + r_2^2) H$   
 $S_{бок} = 2\pi RH$

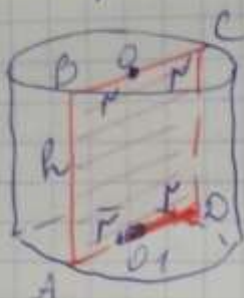
118

## Задача 1

Осевое сечение цилиндра - прямоугольник со сторонами

$$AB = 8 \text{ см}, \quad BC = 6 \text{ см}.$$

Найти:  $S_{\text{бок}}$ ,  $S_{\text{пов}}$ ,  $V$ .



Решение.

высота  $h = AB$ , радиус  $r = \frac{1}{2} BC$

$$h = 8 \text{ см}, \quad r = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3 \text{ см}.$$

$$S_{\text{бок}} = 2\pi r h = 2\pi \cdot 3 \cdot 8 = 48\pi \text{ (см}^2\text{)}$$

$$S_{\text{пов}} = 2\pi r (r + h) = 2\pi \cdot 3 \cdot (3 + 8) = 66\pi \text{ (см}^2\text{)}$$

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 8 = 72\pi \text{ (см}^3\text{)}$$

## Самостоятельно:

Задача 2.

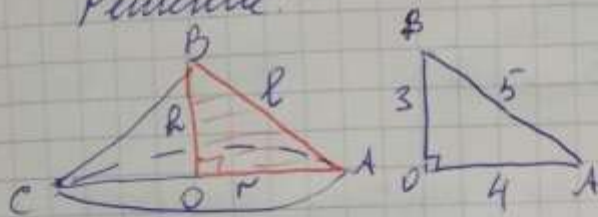
Осевое сечение цилиндра - квадрат со стороной 4 см.

Найти  $S_{\text{бок}}$ ,  $S_{\text{пов}}$ ,  $V$ .

### Задача 3

Конус получается вращением  
прямоугольного треугольника  
вокруг меньшего катета.  
Катеты равны 3 см и 4 см.  
Найти  $S_{бок}$ ,  $S_{нов}$ ,  $V$ .

Решение



По теореме  
Пифагора

$$AB^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

$$AB = 5 \text{ см}$$

высота  $h = 3 \text{ см}$   
радиус  $r = 4 \text{ см}$   
образующая  $l = 5 \text{ см}$

$$S_{бок} = \pi r l = \pi \cdot 4 \cdot 5 = 20\pi (\text{см}^2)$$

$$S_{нов} = \pi r (r + l) = \pi \cdot 4 \cdot (4 + 5) = 36\pi (\text{см}^2)$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 16\pi (\text{см}^3)$$

Сопоставительно;

### Задача 4.

Конус получается вращением  
прямоугольного треугольника с  
катетами 6 см и 8 см вокруг  
большого катета.  
Найти  $S_{бок}$ ,  $S_{нов}$ ,  $V$ .